

© International Baccalaureate Organization 2025

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2025

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2025

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Mathematik: Analyse und Ansätze

Leistungsstufe

1. Klausur

15. Mai 2025

Zone A Nachmittag | Zone B Nachmittag | Zone C Nachmittag

Prüfungsnummer des Kandidaten

2 Stunden

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Hinweise für die Kandidaten

- Schreiben Sie Ihre Prüfungsnummer in die Felder oben.
- Öffnen Sie diese Prüfungsklausur erst nach Aufforderung.
- Für diese Klausur dürfen Sie keinen Taschenrechner nutzen.
- Teil A: Beantworten Sie alle Fragen. Die Antworten müssen in die dafür vorgesehenen Felder geschrieben werden.
- Teil B: Beantworten Sie alle Fragen im beigefügten Answerheft. Tragen Sie Ihre Prüfungsnummer auf der Vorderseite des Answerhefts ein und heften Sie es mit dieser Prüfungsklausur und Ihrem Deckblatt mit Hilfe der beiliegenden Klammer zusammen.
- Sofern in der Frage nicht anders angegeben, sollten alle numerischen Antworten entweder exakt oder auf drei signifikante Stellen genau angegeben werden.
- Für diese Klausur ist ein unverändertes Exemplar der **Formelsammlung zu Mathematik: Analyse und Ansätze LS** erforderlich.
- Die Höchstpunktzahl für diese Prüfungsklausur ist **[110 Punkte]**.



Für eine richtige Antwort ohne Rechenweg wird möglicherweise nicht die volle Punktzahl anerkannt. Die Antworten müssen durch einen Rechenweg bzw. Erläuterungen ergänzt werden. Bei falschen Antworten können ggf. Punkte für die richtige Methode vergeben werden, sofern dies durch einen schriftlichen Rechenweg erkennbar wird. Deshalb sollten Sie alle Rechenwege offenlegen.

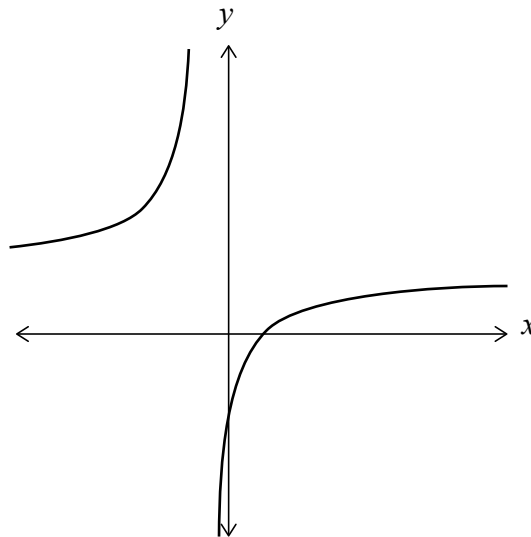
Teil A

Beantworten Sie **alle** Fragen. Die Antworten müssen in die dafür vorgesehenen Felder geschrieben werden. Bei Bedarf kann der Rechenweg unterhalb der Zeilen fortgesetzt werden.

1. [Maximale Punktzahl: 5]

Die Funktion f ist definiert durch $f(x) = \frac{3x-2}{2x+1}$ für $x \in \mathbb{R}$, $x \neq -\frac{1}{2}$.

Das folgende Diagramm zeigt einen Teil des Graphen von $y = f(x)$.



(a) Notieren Sie den Wert von $f(0)$. [1]

(b) Notieren Sie die Gleichung der horizontalen Asymptote. [1]

Die Funktion g ist definiert durch $g(x) = -f(x)$ für $x \geq 0$.

(c) Finden Sie den Wertebereich von g . [3]

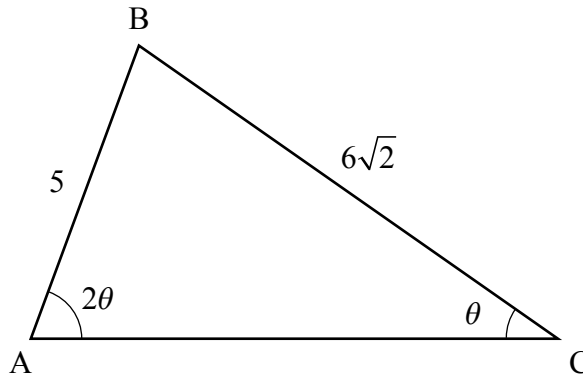
(Auf die vorliegende Frage wird auf der nächsten Seite weiter eingegangen)



3. [Maximale Punktzahl: 7]

Das folgende Diagramm zeigt ein nicht-rechtwinkliges Dreieck ABC.

Abbildung nicht maßstabsgerecht



$AB = 5$, $BC = 6\sqrt{2}$, $\hat{A}CB = \theta$ und $\hat{B}AC = 2\theta$, mit $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$.

(a) Zeigen Sie mit Hilfe des Sinussatzes, dass $\cos \theta = \frac{3\sqrt{2}}{5}$ gilt. [3]

(b) Finden Sie unter Nutzung der Vorarbeit $\sin \theta$. [2]

Der Punkt D liegt auf [AC] so, dass der Flächeninhalt des Dreiecks BCD $2\sqrt{14}$ beträgt.

(c) Finden Sie DC. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



4. [Maximale Punktzahl: 7]

Für die Ereignisse A und B gilt $P(A \cup B) = \frac{5}{8}$ und $P(A \cap B') = \frac{7}{24}$.

(a) Finden Sie $P(B)$. [3]

(b) Die Ereignisse A und B sind unabhängig. Finden Sie $P(A' | B)$. [4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

Teil B

Beantworten Sie **alle** Fragen im beigefügten Antwortheft. Bitte beginnen Sie jede Frage auf einer neuen Seite.

10. [Maximale Punktzahl: 17]

Die Funktion f ist definiert durch $f(x) = 4^x$ mit $x \in \mathbb{R}$.

(a) Finden Sie $f^{-1}(8)$. Stellen Sie Ihre Antwort in der Form $\frac{p}{q}$ dar, mit $p, q \in \mathbb{Z}$. [3]

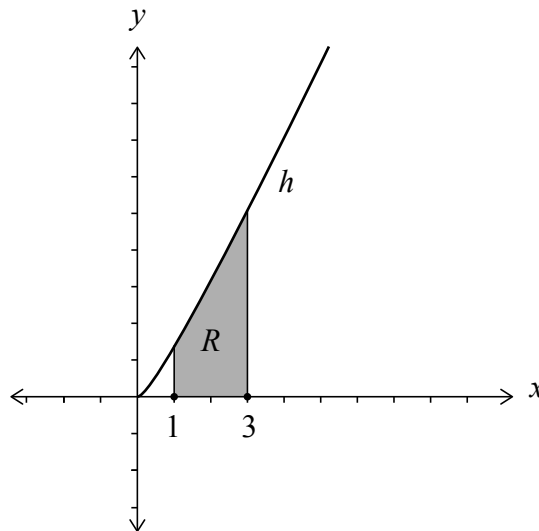
Die Funktion g ist definiert durch $g(x) = 1 + \log_2 x$ mit $x \in \mathbb{R}^+$.

- (b) (i) Finden Sie einen Ausdruck für $g^{-1}(x)$.
 (ii) Beschreiben Sie eine Abfolge von Abbildungen zum Überführen des Graphen von $y = g^{-1}(x)$ in den Graphen von $y = f(x)$. [4]

(c) Zeigen Sie, dass $(f \circ g)(x) = 4x^2$. [3]

Die Funktion h ist definiert durch $h(x) = \frac{4x^2}{2x+1}$, $x \neq -\frac{1}{2}$.

Das folgende Diagramm zeigt einen Teil des Graphen von h . R sei die von dem Graphen von h und der x -Achse zwischen den Geraden $x = 1$ und $x = 3$ eingeschlossene Fläche.



- (d) (i) Zeigen Sie, dass $2x - 1 + \frac{1}{2x+1} = \frac{4x^2}{2x+1}$ gilt.
 (ii) Finden Sie unter Nutzung der Vorarbeit oder mittels einer anderen Methode den Flächeninhalt von R und geben Sie Ihre Antwort in der Form $p + q \ln r$ an, mit $p, q, r \in \mathbb{Q}^+$. [7]



Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

11. [Maximale Punktzahl: 17]

- (a) Finden Sie die ersten vier Terme in der Binomialentwicklung von $\sqrt{1+5x}$ in aufsteigenden Potenzen von x . [4]

Betrachten Sie den Ausdruck $(1+px)(1+qx)^{-1}$ mit $p, q \in \mathbb{Q}$.

- (b) Finden Sie die Entwicklung von $(1+px)(1+qx)^{-1}$ in aufsteigenden Potenzen von x bis einschließlich des x^2 -Terms. [3]

Die Entwicklungen aus den Teilen (a) und (b) sind für einen bestimmten Wert von p und einen bestimmten Wert von q bis auf die ersten drei Terme identisch.

- (c) Zeigen Sie, dass $q = \frac{5}{4}$ gilt. [4]

- (d) Der Ausdruck $\frac{1+px}{1+qx}$ mit $p = \frac{15}{4}$ und $q = \frac{5}{4}$ kann als eine Näherung für $\sqrt{1+5x}$ mit $|x| < \frac{1}{5}$ betrachtet werden.

- (i) Finden Sie unter Nutzung der Vorarbeit einen geeigneten Wert für x und eine Näherung für $\sqrt{1,2}$ in der Form $\frac{m}{n}$ mit $m, n \in \mathbb{Z}$.

- (ii) Betrachten Sie nun die Näherung für $\frac{\sqrt{5}}{2}$. Erklären Sie, warum die Näherung für $\frac{\sqrt{5}}{2}$ nicht so genau ist wie die Näherung für $\sqrt{1,2}$. [6]



Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

12. [Maximale Punktzahl: 19]

- (a) Lösen Sie $z^2 = -1 - \sqrt{3}i$ und geben Sie Ihre Antworten in der Form $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ an. [4]

z_1 und z_2 seien die Quadratwurzeln von $-1 - \sqrt{3}i$, mit $\operatorname{Re}(z_1) > 0$.

z_3 und z_4 seien die Quadratwurzeln von $-1 + \sqrt{3}i$, mit $\operatorname{Re}(z_3) > 0$.

- (b) Geben Sie Ihre Antworten zu den folgenden Teilen (i) und (ii) in der Form $z = a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an:

(i) Finden Sie z_1 und z_2 .

(ii) Deduzieren Sie z_3 und z_4 . [4]

Die vier Wurzeln z_1, z_2, z_3 und z_4 werden in einem Argand-Diagramm durch die Punkte A, B, C und D dargestellt.

- (c) (i) Zeichnen Sie die Punkte A, B, C und D in ein Argand-Diagramm ein.
 (ii) Finden Sie den Flächeninhalt des durch diese vier Punkte gebildeten Vielecks. [4]

Die vier Wurzeln z_1, z_2, z_3 und z_4 erfüllen die Gleichung $z^4 + 2z^2 + 4 = 0$.

Die vier Wurzeln $\frac{1}{z_1}, \frac{1}{z_2}, \frac{1}{z_3}$ und $\frac{1}{z_4}$ erfüllen die Gleichung $pw^4 + qw^2 + r = 0$ mit $p, q, r \in \mathbb{Z}$.

- (d) Finden Sie die Werte von p, q und r . [3]

Die vier Wurzeln $\frac{1}{z_1}, \frac{1}{z_2}, \frac{1}{z_3}$ und $\frac{1}{z_4}$ werden in einem Argand-Diagramm durch die

Punkte E, F, G und H dargestellt.

- (e) (i) Finden Sie $\frac{1}{z_1}$ in der Form $z = a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$.
 (ii) Deduzieren Sie unter Nutzung der Vorarbeit den Flächeninhalt des aus diesen vier Punkten gebildeten Vielecks. [4]



Bitte schreiben Sie **nicht** auf dieser Seite.

Antworten, die auf dieser Seite geschrieben
werden, werden nicht bewertet.



16EP15

Bitte schreiben Sie **nicht** auf dieser Seite.

Antworten, die auf dieser Seite geschrieben
werden, werden nicht bewertet.



16EP16